

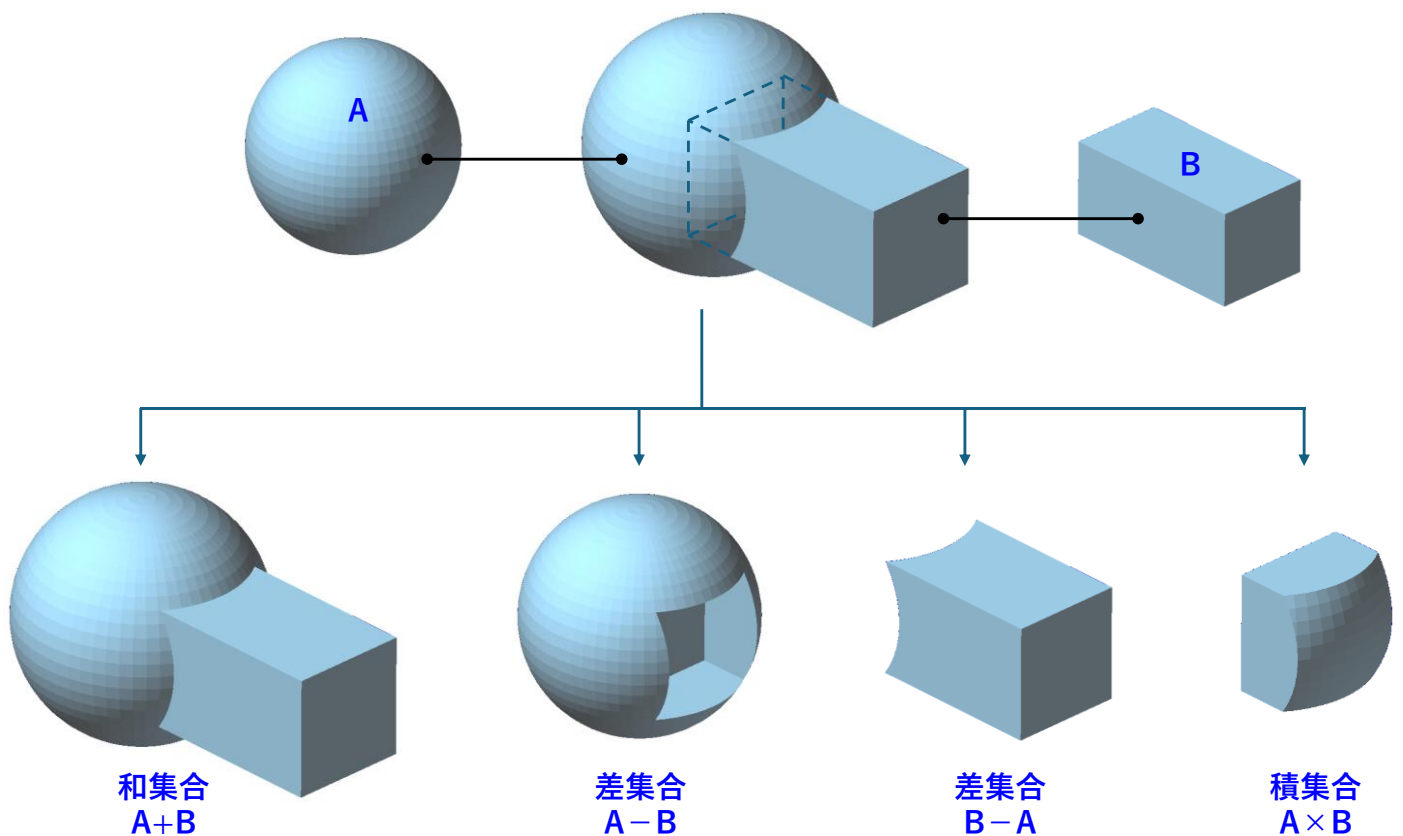
集合演算（論理演算、ブーリアン）がエラーになった場合の回避方法と、立体でないシェルの集合演算や、部分的な集合演算について説明する。

■ 概要

立体の集合演算は、二つの立体の占める空間の和集合、差集合、積集合を求める演算である。和集合は2立体を結合し、積集合は2立体の共通部を作り、差集合は一方の立体で他方の立体を削り取る。

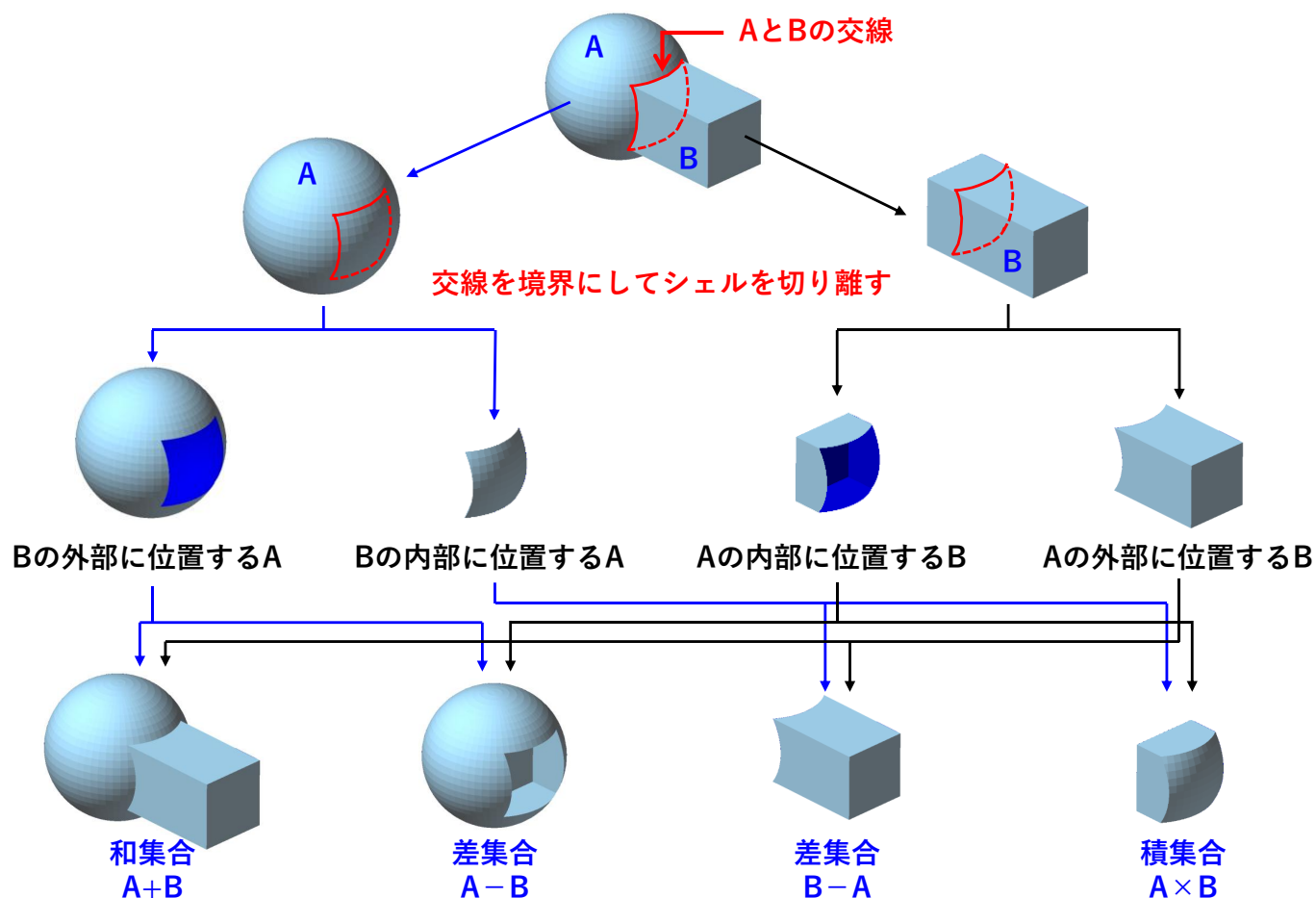
四則演算と同様、和と積は、" $A+B=B+A$ "のように、指示する立体の順序に演算結果は依存しない。一方、差は立体の順序を替えると、「引かれる側（削り取られる側）」と「引く側（削る側）」が入れ替わるため、結果が異なる。

下図は、球（A）と直方体（B）の集合演算の例である。



立体のポリゴンモデルは、多数の三角形（などの多角形）を隙間なく敷き詰めて、表面形状を表わす形状モデルである。立体内部の空間を直接表現するわけではないので、空間の集合演算と同じ結果を作り出すために、ソフトウェアは、一般に次のように、シェル（連結している三角形の集合）を切り貼りする（下図も参照）。

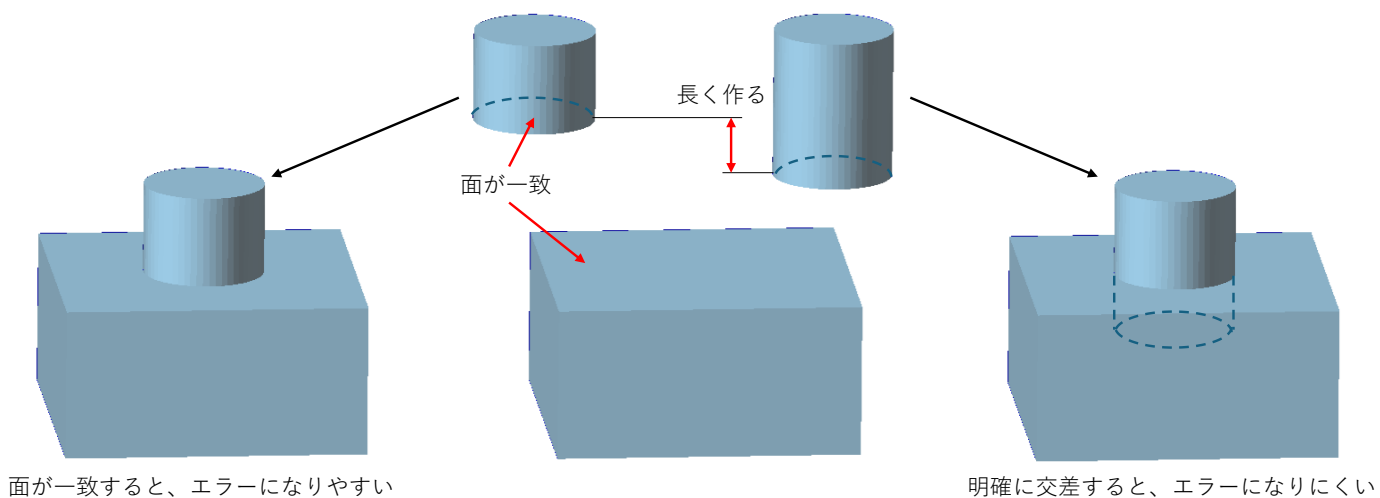
1. 二つのシェル（下図ではAとB）の交線を求める。
2. それぞれのシェルごとに、交線を境界（切れ目）にしてシェルを切り離す。切り離した各分割片が（分割前の）相手立体の外部に位置するか、内部に位置するか調べる。
3. 和、差、積の指示に応じて、分割片を組み合わせ結合する。相手立体の外部に位置する分割片同士を繋ぎ合わせて和集合を、内部に位置する分割片同士を繋ぎ合わせて積集合を、外部の分割片と内部の分割片を繋ぎ合わせて差集合を作る。（使わなかった分割片は削除する。）



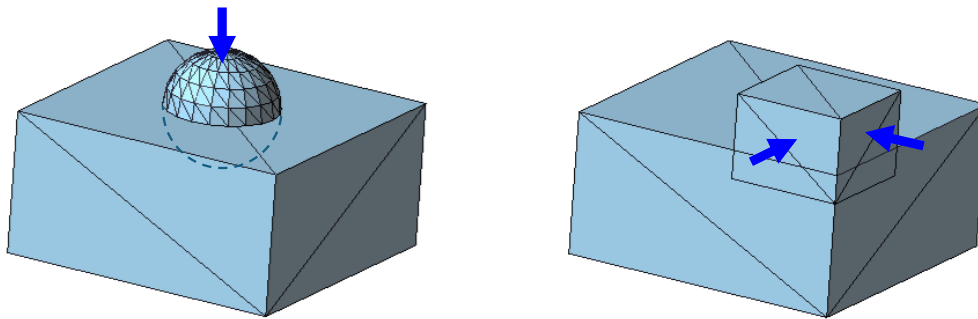
■ エラーの回避

上に述べた一連の処理の中で、集合演算がエラーになりやすいのは、二つのシェルの交線を求める部分である。交線計算でエラーになった場合の回避方法を紹介する。

シェル同士が一致や接触する形状は交線計算が不安定になりやすい。例えば、下図のように、直方体に円柱の突起を作る場合、円柱の下底面が直方体の上面と一致するように円柱を作るとエラーになりやすい。面の一致を避けるために、明確に交差するように円柱を長く作るといい。



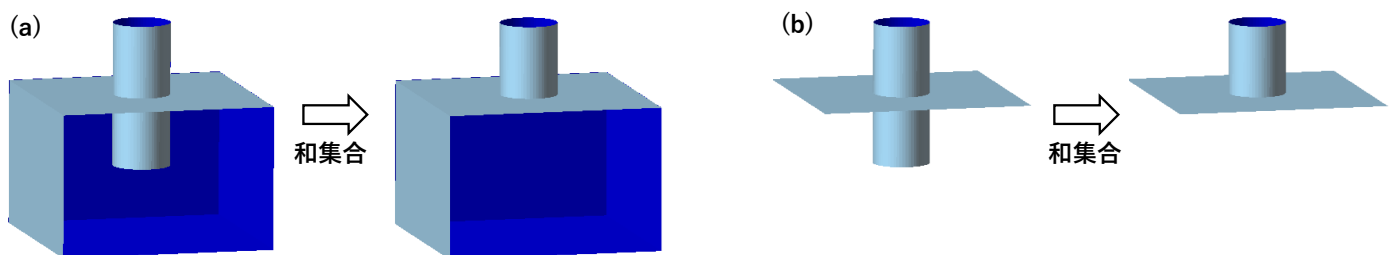
交差していても交線計算でエラーになる場合や、延長しても他の部分が接触する場合には、一方のシェルをごくわずかに平行移動すると、エラーを回避できることがある（下図）。



<ここからは、集合演算の概念を拡張した機能について説明する。>

■ 立体でないシェルの集合演算

一般にポリゴンモデルでは、シェルの表側が立体の外部を、シェルの裏側が内部を表わす。そのため、先に述べた集合演算の内部処理の中で、「各分割片が、相手立体の外部に位置するか、内部に位置するか調べる。」という箇所を、「各分割片が、交差部分で相手シェルの表側に位置するか、裏側に位置するか調べる。」と変えることもできる。このように変えて考えると、集合演算の対象を立体だけでなく、下図(a)のように、立体の一部のフェイスが欠けた不完全な立体にも拡張できる。さらに、(b)のような面モデルでも集合演算を使える。



立体空間の和・差・積の集合を求めるという集合演算の本来の概念から逸脱するが、集合演算の利用範囲を広げることができる。

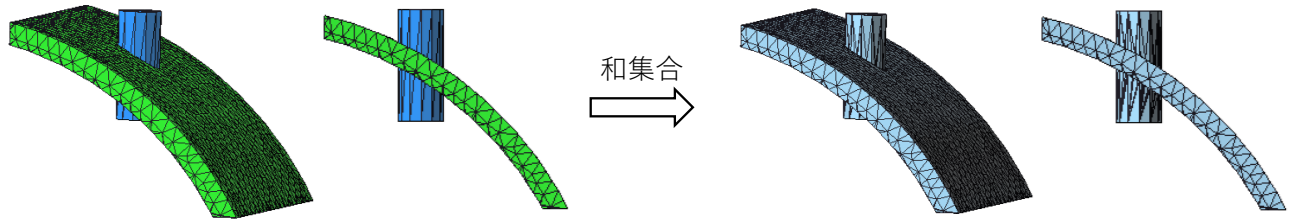
このような、立体でない形状も集合演算の対象とするポリゴン編集ソフトウェアも存在する。

■ 部分的な集合演算

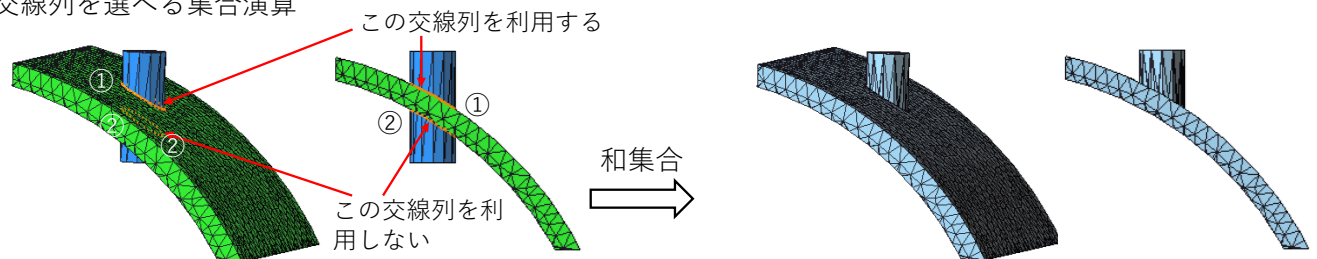
下図(a)のように、薄い厚みの立体の片側に円柱の突起を付けたい場合、集合演算を使うと薄い厚みの立体の両側に円柱が付くことがある。この場合、片側だけに円柱をつけるには、あらかじめ円柱を薄い厚みの立体の内部で切断するという準備作業が必要になる。

この例では、交線列が二つある。(b)のように、集合演算が①の交線列だけを使えば、あらかじめ切断するという準備作業をせず、円柱が付けられる。

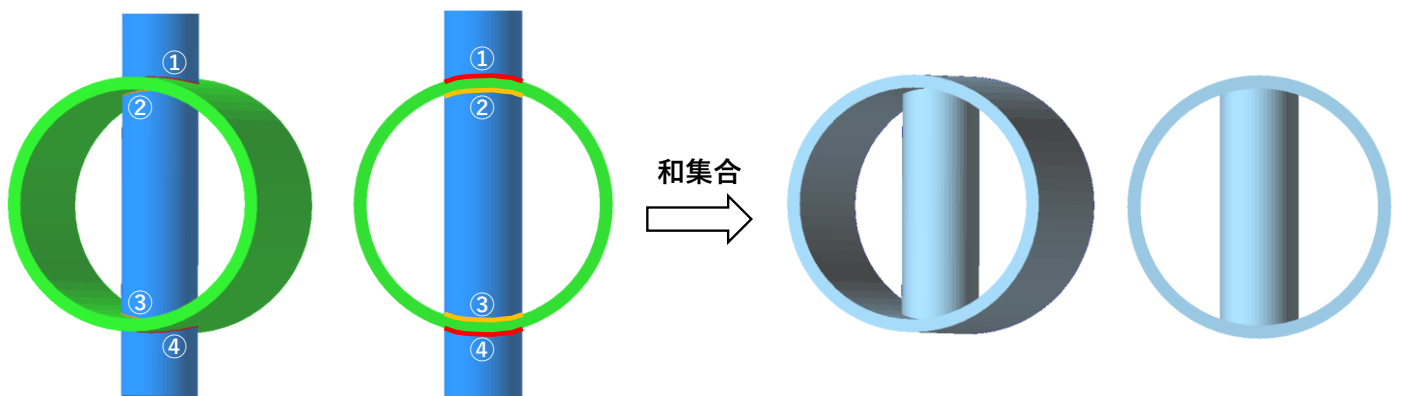
(a) 通常の集合演算



(b) 交線列を選べる集合演算



下図の例では、交線列が4本ある。②と③の交線列だけを使って和集合を作れば、薄い厚みの筒に支柱を立てられる。



交線列を選択する機能も、立体空間の演算という集合演算本来の機能ではなく、シェルの切り貼りというソフトウェアの内部処理から派生した機能であるが、あると便利である。

集合演算の実行時に、操作者が集合演算で使う交線列を選べるポリゴン編集ソフトウェアも存在する。

以上、集合演算の交線計算のエラーの回避、集合演算の概念を拡張した機能について説明した。